

На правах рукописи

Ващенко Михаил Петрович

Математические модели инвестиций  
в условиях ожидания кризиса

05.13.18 — математическое моделирование,  
численные методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Москва 2009 г.

Работа выполнена в Московском государственном университете им. М. В. Ломоносова на кафедре системного анализа факультета Вычислительной математики и кибернетики.

Научный руководитель — доктор физико-математических наук,  
профессор А. А. Шананин.

Официальные оппоненты — доктор физико-математических наук,  
профессор В. З. Беленький;  
кандидат физико-математических наук,  
Э. В. Автухович.

Ведущая организация — Санкт-Петербургский экономико-математический институт РАН .

Защита состоится 28 мая 2009 года в \_\_\_\_\_ часов на заседании диссертационного совета Д 002.017.04 при Учреждении Российской академии наук Вычислительный центр им. А. А. Дородницына РАН по адресу: 119333, г. Москва, ул. Вавилова, д. 40, конференц-зал.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке ВЦ РАН.

Автореферат разослан “ \_\_\_\_\_ ” апреля 2009 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета,  
доктор физ.-мат. наук,  
профессор

Н. М. Новикова

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### Актуальность темы.

Одной из основных задач, возникающих в области корпоративных финансов, является оптимизация инвестиционной деятельности компании, в частности, оценка инвестиционных проектов. Началом научного обсуждения данной проблемы можно считать работы И. Фишера (1907, 1930). В дальнейшем вопрос оценки инвестиционных проектов обсуждался Д. Хиршлейфером (1958), Р.М. Солоу (1963), Д. Гейлом (1973), Р. Дорфманом (1981). В работе Д.Г. Кантора и С.А. Липмана (1983) была поставлена формальная математическая задача оптимизации инвестиционной деятельности: инвестор максимизировал свой капитал к известному наперед моменту времени в условиях несовершенного рынка, когда нет возможности занимать средства. В рамках такой модели авторам удалось оценить темп роста капитала инвестора, который используется как критерий эффективности проекта. Продолжая развивать свои идеи, Д.Г. Кантор и С.А. Липман публикуют в 1995 году работу, в которой предлагают подход к оценке доходности целого пула инвестиционных проектов. Результаты Кантора и Липмана показали, что на оценку инвестиционных проектов существенным образом влияют предположения о внешней среде (рынке), в рамках которой действует инвестор, и условия «выхода» из инвестиционной деятельности к терминальному моменту времени. В работе И.М. Сонина (1995) был предложен новый подход к задаче Кантора–Липмана: переход к новым фазовым переменным и применение аппарата динамического программирования. В рамках решения проблемы выхода из инвестиционной деятельности в работе вводится важное понятие — «ликвидное состояние». Это состояние, оказавшись в котором, инвестор может завершить уже начатые проекты только за счет собственных средств, т.е. не запуская новые проекты. В наиболее законченной форме результаты реализации такого подхода к задаче представлены в совместной работе И.М. Сонина и Э.Л. Пресмана (2000). Авторы оценили возможные темпы роста капитала инвестора при увеличении инвестиционного горизонта, описали условия, при которых некоторый темп роста может быть реализован на траектории, приводящей в ликвидное состояние. В работе В.З. Беленького (2002) модель оценки инвестиционных проектов сводится к модели Неймана–Гейла, устанавливается связь между результатами Кантора и Липмана и условиями существования магистрали в модели Неймана–Гейла. В работе отдельно обсуждается «режим ликвидации» инвестиционной деятельности.

Актуальным является продолжение линии исследования инвестиционных проектов в рамках несовершенных рынков, начатой Кантором и Липманом, и в условиях ожидания кризиса. Во всех выше упомянутых работах исходной задачей инвестора являлась максимизация капитала к некоторому заранее известному терминальному моменту времени. Предполагалось, что рынок инвестиций стационарен, инвестиционные проекты доступны для запуска в любой момент времени, попадающий в инвестиционный горизонт. Однако в условиях современной российской экономики требование стационарности рынка инвестиций на большом горизонте времени оказывается слишком ограничительным. Актуальной является ситуация, когда момент завершения инвестиционной деятельности связан с кризисным явлением, точного момента наступления которого инвестор не знает, и инвестиционная деятельность ведется в рамках несовершенного рынка. Родственные задачи возникают при оценке инвестиционных проектов в нефтяной отрасли. Такие проекты характеризуются большими капитальными затратами на ранних стадиях реализации и растянутостью во времени отдачи инвестиций, которую удобно задавать в непрерывном времени. Высокая волатильность нефтяных цен приводят к необходимости учитывать при оценке проектов кризисные ситуации, когда вследствие падения цен на

нефть инвестиционные проекты становятся нерентабельны и стоимость заемных средств для нефтяных компаний сильно возрастает.

**Цель работы** состоит в изучении влияния терминальных условий, ожидания кризиса и условий ликвидности состояний инвестора на характер его инвестиционной деятельности. Применение этих подходов к задачам возникающим при оценке инвестиционных проектов в нефтяной отрасли.

**Методы исследования.**

Для решения поставленных задач использовались методы функционального анализа, теория экстремальных задач, динамического программирования, дискретной оптимизации, линейного программирования, динамических систем.

**Научная новизна.**

В диссертации получены следующие результаты, характеризующиеся научной новизной:

1. Проведен анализ влияния неопределенности в отношении терминального момента времени на инвестиционную деятельность агента в условиях несовершенного рынка. Предложены подходы к оценке темпа роста капитала для инвестора, использующего осторожную стратегию, гарантирующую неразорение.
2. Исследована модель инвестиционной деятельности в непрерывном времени, учитывающая предположения Кантора и Липмана.
3. Разработана технология, позволяющая прогнозировать основные производственные и финансовые показатели нефтяного сектора России, проводить сценарный анализ влияния мировых цен на нефть, внутренней макроэкономической ситуации на состояние нефтяного сектора, его инвестиционную активность.

**Теоретическая и практическая ценность работы.**

Подходы, предложенные в работе, позволяют оценивать эффективность инвестиционных проектов в условиях ожидания кризиса. Динамическая модель нефтяного сектора России, разработанная в рамках диссертационной работы, позволяет составлять оптимальное расписание инвестиционных проектов, анализировать средне и долгосрочные последствия изменения налоговой политики государства, конъюнктуры мировых цен на нефть, макроэкономической ситуации внутри страны на положение нефтяного сектора России, его инвестиционную активность.

**Апробация работы.**

Результаты диссертации докладывались на следующих научно-исследовательских семинарах и конференциях:

- 5-й Московской международной конференции по Исследованию операций (ORM2007), Москва, 2007;
- 51-й научной конференции МФТИ, Москва, 2008;
- Международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов-2006», Москва, 2006;
- Международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов-2007», Москва, 2007;
- Научной конференции «Тихоновские чтения», Москва, 2008.

Полученные результаты использовались в работах, проводимых в рамках проектов РФФИ (код проекта 08-07-00158, 08-07-00158-а, 05-01-00942-а), РГНФ (код проекта 08-02-00347а), программы по поддержке ведущих научных школ НШ (код проекта НШ-2982.2008.01, НШ-5379.2006.1) программы фундаментальных исследований ОМН РАН №3, программы фундаментальных исследований РАН 14 (проект 1.11), аналитической ведомственной программы «Развитие научного потенциала высшей школы» (код проекта РНП.2.2.1.1.2467, тема 717).

### Публикации.

По теме диссертации опубликовано 8 печатных работ.

### Структура и объем работы.

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Текст работы изложен на 160 страницах. Список литературы включает 62 наименования.

## КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** к работе дается обзор работ по моделированию инвестиционной деятельности, обосновывается актуальность темы работы, формулируется цель диссертации и научная новизна полученных результатов, а также дается краткое содержание диссертационной работы. Отправной точкой работы является модель инвестиционной деятельности, опубликованная Кантором и Липманом в 1995 году. Модель описывает поведение инвестора в дискретном времени с равномерным единичным шагом  $t = 0, 1, \dots$ . Инвестиционный проект описывается вектором  $\vec{a} = \{a_0, a_1, \dots, a_r\}$  финансовых потоков в последовательные моменты времени, где  $1 \leq r < \infty$  — продолжительность реализации проекта. Положительные значения  $a_i$  определяют доход, получаемый в  $i$ -й момент времени после начала проекта, а отрицательные значения — вложения, необходимые для его осуществления. Предполагается, что вложения в проект могут осуществляться только за счет имеющихся у инвестора денежных средств или доходов, полученных от ранее осуществленных проектов (условие самофинансирования). Если проект доступен для инвестиций, то он может осуществляться с произвольной интенсивностью  $u \geq 0$ , чему соответствуют финансовые потоки  $u\vec{a} = \{ua_0, ua_1, \dots, ua_r\}$ . Финансовое состояние инвестора в момент времени  $t$  описывается остатками на его расчетном счете  $s(t)$ , первоначальный капитал инвестора равен 1. Считается, что горизонт планирования деятельности инвестора конечен и равен  $n$ , при этом инвестиции разрешены в первые  $(n - r)$  моментов времени (горизонт инвестирования). Инвестиционный проект стационарен, т.е. доступен для инвестиций в любой момент времени на горизонте инвестирования. Цель инвестора — максимизация остатка на расчетном счете к терминальному моменту времени. В работе Кантора и Липмана исследуется асимптотика поведения капитала инвестора, при условии оптимального (в смысле построенной модели) использования инвестиционного проекта. Авторам удалось оценить темп роста капитала инвестора —  $g = \lim_{n \rightarrow \infty} (V_n)^{1/n}$ , где  $V_n$  — остаток на расчетном счете инвестора к моменту времени  $n$  при оптимальном использовании инвестиционного проекта.

**Теорема** (Кантор–Липман). *Если  $a(1) \leq 0$ , тогда  $V_n = 1$  для  $\forall n$ . Если  $a(1) > 0$  и  $a(z)$  не имеет корней на интервале  $(0, 1)$ , тогда существует конечное  $n : V_n = \infty$ . Если  $a(1) > 0$  и  $a(z)$  имеет корни на интервале  $(0, 1)$ , тогда существуют положительные константы  $\lambda_1 < \lambda_2$  такие, что:*

$$\lambda_1 \theta^{-n} / n^h \leq V_n \leq \lambda_2 \theta^{-n} / n^h,$$

где  $\theta$  - максимальный из корней  $a(z)$ , принадлежащих интервалу  $(0, 1)$ ,  $(h + 1)$  - кратность  $\theta$ , т.е.  $g = \frac{1}{\theta}$ .

**Первая глава** посвящена описанию модифицированной модели Кантора–Липмана, исследованию решения уравнения Беллмана, возникающего в этой модели, поискам достаточных условий оптимальности «осторожной» стратегии инвестирования, оценкам темпа роста капитала инвестора, при использовании «осторожной» стратегии. В модифицированной модели Кантора–Липмана финансовое состояние инвестора описывается вектором  $\vec{s}(t) \in \mathbb{R}^{r+1}$ ,  $i$ -ая компонента которого равна денежным остаткам в момент времени  $(t + i)$  при условии, что начиная с момента времени  $t$ , новые проекты не начинались. Если обозначить  $u(t)$  — интенсивность реализации проекта в момент времени  $t$ , то динамика финансовых состояний описывается уравнением

$$\vec{s}(t + 1) = A(\vec{s}(t) + u(t)\vec{b}), \quad (1)$$

где

$$\vec{b} = \{b_0, b_1, \dots, b_r\}, \quad b_i = \sum_{j=0}^i a_j, \quad A_{(r+1) \times (r+1)} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}.$$

Инвестиционная деятельность ведется в условиях самофинансирования (отсутствует возможность занимать средства). Формально это означает, что денежные остатки у инвестора должны быть неотрицательны в любой момент времени:  $s_i(t) \geq 0$ ,  $i = 0, \dots, r$ .

Предполагается, что инвестиционная среда нестационарна — существует риск возникновения кризиса на рынке инвестиций. Точного момента наступления кризиса инвестор не знает, но он может субъективно оценить вероятность исчезновения спроса на инвестиции в каждый момент времени. В модели считается, что эта оценка инвестора постоянна и равна  $\Delta$ .

Обозначим через  $V(\vec{s})$  функцию Беллмана, которая будет оценивать наилучший результат инвестирования при описанных условиях и начальном финансовом состоянии  $\vec{s}$ ; через  $(\vec{s})_r$  компоненту вектора  $\vec{s}$  с номером  $r$ , считая, что нумерация начинается с нуля. Тогда запишем уравнение Беллмана:

$$V(\vec{s}) = \max_{\{u|u \geq 0, \vec{s} + u\vec{b} \geq 0\}} [\Delta(\vec{s} + u\vec{b})_r + (1 - \Delta)V(A(\vec{s} + u\vec{b}))].$$

В правой части этого уравнения стоит математическое ожидание капитала инвестора по всевозможным исходам. Если наступает кризис, то инвестор больше не может начинать новых проектов, и спустя  $r$  моментов времени, после того как произойдут окончательные расчеты по всем ранее начатым проектам, на его расчетном счете окажется капитал  $(\vec{s} + u\vec{b})_r$ . Если же кризиса не произошло, то инвестор оказывается в состоянии  $A(\vec{s} + u\vec{b})$  и принимает новое инвестиционное решение, используя функцию  $\vec{V}(\cdot)$ . Стратегия, соответствующая решению уравнения Беллмана,

$$u(\vec{s}) = \operatorname{argmax}_{\{u|u \geq 0, \vec{s} + u\vec{b} \geq 0\}} [\Delta(\vec{s} + u\vec{b})_r + (1 - \Delta)V(A(\vec{s} + u\vec{b}))],$$

называется оптимальной стратегией инвестирования.

В работе обсуждается вопрос единственности решения уравнения Беллмана. Показано, что в общем случае единственность решения уравнения Беллмана гарантировать нельзя. В частности приведен пример не единственности решения для простейшего проекта депонирования средств, для которого  $\vec{a} = (-1; 1 + q)$ ,  $q > 0$ .

Назовем «осторожной» стратегией инвестирования  $\phi(\vec{s}) = \operatorname{argmax}_{\{u|u \geq 0, \vec{s} + u\vec{b} \geq 0\}} [\vec{s} + u\vec{b}]_r$ . Это стратегия, при которой инвестор принимает решение, ориентируясь только на тот доход, который он сможет получить при условии, что кризис случится. В работе найдены достаточные условия оптимальности «осторожной» стратегии.

**Теорема 1** ([1]). *Обозначим:  $B_1 = \max_{1 \leq t \leq r} |b_t|$ ,  $B_2 = \min_{1 \leq t \leq r: b_t < 0} |b_t|$ . Если  $\Delta > 1 - \frac{B_2}{4B_1}$ , то:*

$$u(s) = \phi(\vec{s}) = \min_{0 \leq i \leq r: b_i < 0} \left( -\frac{s_i}{b_i} \right).$$

Таким образом, в условиях, когда  $\Delta > 1 - \frac{B_2}{4B_1}$ , динамика расчетного счета инвестора описывается динамической системой

$$\begin{cases} \vec{s}(t+1) = \mathcal{A}\vec{s}(t) = A \left( \vec{s}(t) + \phi(\vec{s}(t))\vec{b} \right), & t = 0, 1, 2, \dots, \\ \vec{s}(0) = \vec{s}_0. \end{cases} \quad (2)$$

Система (2) устроена таким образом, что на каждом шаге  $t = 1, 2, \dots$  применяется один из операторов

$$\mathcal{A}_i : \mathcal{A}_i \vec{s}(t) = A \left( \vec{s}(t) + \left( -\frac{s_i^t}{b_i} \right) \vec{b} \right), \quad \text{где } i : b_i < 0.$$

В работе удалось сделать оценки на темп роста капитала, реализуемого в силу системы (2). В качестве оценок сверху темпа роста капитала в системе приведены оценки Кантора–Липмана и совместный спектральный радиус.

**Определение 1.** *Совместным спектральным радиусом операторов  $\mathcal{A}_1, \dots, \mathcal{A}_d \in L(\mathbb{R}^{r+1})$  называется число*

$$\hat{\rho}(\mathcal{A}_1, \dots, \mathcal{A}_d) = \lim_{m \rightarrow \infty} \max_{\sigma_m} (\| \mathcal{A}_{\sigma(1)} \dots \mathcal{A}_{\sigma(m)} \|^{1/m}),$$

где максимум берется по всевозможным функциям  $\sigma_m(x)$ , где  $\sigma_m : 1, \dots, m \rightarrow 1, \dots, d$ .

В работе произведено сравнение верхних оценок. Приведены примеры, говорящие о том, что заранее нельзя утверждать какой из показателей лучше оценивает темп роста капитала в системе (2).

В качестве оценок снизу темпа роста капитала в работе рассматриваются темпы роста капитала, реализующиеся на траекториях сбалансированного роста системы.

**Определение 2.** *Будем говорить, что у системы (2) существует траектория сбалансированного роста с темпом  $\lambda$  на периоде длины  $T$ , задаваемая операторами  $\mathcal{A}_{j_1}, \mathcal{A}_{j_2}, \dots, \mathcal{A}_{j_T}$ , если  $\exists t_0 : \vec{s}(t+T) = \mathcal{A}_{j_T} \mathcal{A}_{j_{T-1}} \dots \mathcal{A}_{j_1} \vec{s}(t) = \lambda \vec{s}(t), \quad \forall t \geq t_0$ .*

**Теорема 2** ([7]). Система (2) имеет траекторию сбалансированного роста с темпом  $\lambda$  на периоде длины  $T$ , тогда и только тогда, когда имеет решение следующая система:

$$\begin{cases} \vec{p} \geq 0, & B_{j_{k_2}}^{-1} A_{j_{k_1}} B_{j_{k_1}} \vec{p} \geq 0, & B_{j_{k_3}}^{-1} A_{j_{k_2}} A_{j_{k_1}} B_{j_{k_1}} \vec{p} \geq 0, \\ \dots \\ B_{j_{k_T}}^{-1} A_{j_{k_{T-1}}} \dots A_{j_{k_2}} A_{j_{k_1}} B_{j_{k_1}} \vec{p} \geq 0, \\ B_{j_{k_1}}^{-1} A_{j_{k_T}} \dots A_{j_{k_2}} A_{j_{k_1}} B_{j_{k_1}} \vec{p} = \lambda \cdot \vec{p}, \end{cases}$$

$$\text{где } B_{j_k} = [z_0, z_1, \dots, z_r]', \quad z_t = \begin{bmatrix} 0 \dots 0 & \overbrace{1}^t & 0 \dots 0 & \overbrace{-[b_t]_-}^{j_k} & 0 \dots 0 \end{bmatrix}, \quad t \neq j_k,$$

$$z_{j_k} = \begin{bmatrix} 0 \dots 0 & \overbrace{-[b_{j_k}]_-}^{j_k} & 0 \dots 0 \end{bmatrix}.$$

Утверждение теоремы 2 сводит проблему поиска траекторий сбалансированного роста к решению системы (2). Это позволяет эффективно решать задачу проверки существования у системы (2) траектории сбалансированного роста на периоде длины  $T$ , задаваемой некоторой функцией  $j : \{1, 2, \dots, T\} \rightarrow \{i \mid b_i < 0\}$ . Для этого достаточно решить задачу на поиск собственных чисел и собственных векторов оператора  $B_{j_{k_1}}^{-1} A_{j_{k_T}} \dots A_{j_{k_2}} A_{j_{k_1}} B_{j_{k_1}}$  (последнее равенство системы (2)), после чего проверить, удовлетворяет ли хотя бы она пара  $\lambda, \vec{p}$  неравенствам системы (2). Среди тех пар, которые будут удовлетворять этому условию, можно взять пару с максимальным значением  $\lambda$ . Это и будет оценка снизу на темп роста капитала в системе (2). Отдельное внимание в работе уделено траекториям сбалансированного роста на периоде 2: найдены необходимые условия, которым должен удовлетворять темп роста  $\lambda$ , сформулированы в виде явных требований к структуре инвестиционного проекта достаточные условия существования траекторий.

Введем обозначения:

$$\begin{aligned} b_{min}^+(t) &= \min_{1 \leq k \leq \lfloor \frac{r-t}{2} \rfloor : b_{t+2k-1} > 0} b_{t+2k-1}, & b_{max}^+(t) &= \max_{1 \leq k \leq \lfloor \frac{r-t}{2} \rfloor : b_{t+2k-1} > 0} b_{t+2k-1}, \\ b_{max}^-(t) &= \max_{1 \leq k \leq \lfloor \frac{r-t}{2} \rfloor : b_{t+2k-1} \leq 0} |b_{t+2k-1}|, & b_{min}^-(t) &= \min_{1 \leq k \leq \lfloor \frac{r-t}{2} \rfloor : b_{t+2k-1} \leq 0} |b_{t+2k-1}|, \\ l_n(t) &= \max_{1 \leq k \leq \lfloor \frac{r-t}{2} \rfloor : b_{t+2k-1} \leq 0} (k-t), & f_p(t) &= \min_{1 \leq k \leq \lfloor \frac{r-t}{2} \rfloor : b_{t+2k-1} > 0} (k-t). \\ \Lambda_b &= \min_{t=1,3,\dots,r} l_n(t)+1 \sqrt{\frac{b_{min}^+(t)}{b_{min}^+(t) + b_{max}^-(t) - [b_{t-1}]_- + 1}}. \end{aligned}$$

**Теорема 3** ([8]). Если  $\Lambda_b \geq f_p(2) \sqrt{\frac{b_{max}^+(2)}{b_{min}^-(0)}} + 1$ , то у системы (2) существует траектория сбалансированного роста с темпом  $\lambda$  на периоде 2, задаваемая операторами  $\mathcal{A}_0$  и  $\mathcal{A}_1$ , обеспечивающая, где  $\lambda$  — корень уравнения  $F(\lambda) = 0$ , принадлежащий интервалу  $(1; \Lambda_b]$ .

Во второй главе диссертации обсуждаются вопросы, связанные с моделированием инвестиций в непрерывном времени. В первом параграфе второй главы исследуется непрерывный аналог модели Кантора–Лишмана. При описании инвестиционной деятельности в дискретном времени возникает ряд трудностей, которые усложняют анализ моделей. Например, за счет «грубости» управления выход на режим сбалансированного роста может быть устроен достаточно сложно. Поэтому возникает



потребность в моделях, которые бы позволили описать процесс более «тонкого» управления инвестиционными проектами.

Пусть задан инвестиционный проект, который характеризуется функцией  $\phi(t)$ , определяющей поток платежей проекта. Обозначим  $\Phi(t)$ , функцию определяющую сальдо платежей от инвестиционного проекта к моменту времени  $t$ , т.е.  $\Phi(t) = \int_0^t \phi(x)dx$ .

Мы будем предполагать, что инвестиционный проект имеет конечное время реализации  $T$ , т.е.  $\phi(t) = 0$  при  $t > T$ .

Обозначим  $s(t)$  состояние расчетного счета инвестора в момент времени  $t$ ;  $u(t)$  — интенсивность реализации инвестиционного проекта, которую регулирует инвестор;  $\psi$  — первоначальный капитал инвестора. Тогда задачу инвестора можно записать следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{ll} s(t) = \psi + \int_0^t u(x) \cdot \Phi(t-x)dx, & 0 < t \leq \hat{T}, \\ s(t) = \psi, & t < 0, \\ s(t) = s(\hat{T}), & t > \hat{T}, \\ s(t) \geq 0, \quad u(t) \geq 0, & \forall t \geq 0, \\ u(t) = 0, & t \geq \hat{T} - T \\ s(\hat{T}) \rightarrow \max. \end{array} \right. \quad (3)$$

Обозначим  $V(\psi, \hat{T})$  — оптимальное значение функционала в задаче 3 при фиксированных горизонте  $\hat{T}$  и начальном капитале  $\psi$ , т.е.  $V(\psi, \hat{T}) = \max s(\hat{T})$ .

**Теорема 4.** Обозначим  $NPV(p) = \int_0^T e^{-pt}\phi(t)dt$ . Пусть  $\phi(t) \in C([0;T])$  и  $\exists \tau_1 : \phi(t) \leq 0$   $t \in [0; \tau_1]$  и  $\phi(t) \geq 0$   $t \in [\tau_1; T]$ . Тогда в задаче (3) для  $\forall \hat{T} > T$  и  $\forall \psi > 0$  существуют такие положительные константы  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , что

$$\lambda_1 \psi e^{p\hat{T}} \leq V(\psi, \hat{T}) \leq \lambda_2 \psi e^{p\hat{T}},$$

где  $p$  — решение уравнения  $NPV(p) = 0$ , аналог  $IRR$ .

Во втором параграфе второй главы исследуется вопрос определения источника финансирования зафиксированной инвестиционной программы экономического агента. Для представленного описания финансовой деятельности экономического агента доказаны утверждения, которые говорят о том, что выбор источника финансирования зависит от соотношения ставки дисконта и «конечной» стоимости долга, где «конечная» стоимость долга зависит от процентной ставки, сложившейся на рынке займов, ставки налога на прибыль для сектора и параметра ликвидности. Если ставка дисконта больше «конечной» стоимости долга, то для финансирования используется в первую очередь заемный капитал, если наоборот — нераспределенная прибыль. Для каждого из вариантов указаны объемы, в которых сектору, следует привлекать капитал.

**Третья глава** работы посвящена моделированию инвестиционной деятельности нефтяного сектора России. Доходы от налогообложения нефтяного сектора составляют порядка 20% от всех доходов, которые были запланированы в бюджете 2008 г. Состояние всей российской экономики во многом зависит от того, насколько успешно ведут свою деятельность нефтяные компании. Поэтому необходимо понимать, что и как влияет на состояние нефтяных компаний: их капитализацию и спрос на инвестиции.

В первом параграфе третьей главы исследуются особенности инвестиционной деятельности нефтяных компаний. Характерной чертой нефтяного сектора России является вертикальная интеграция нефтяных компаний, при которой добыча, переработка, экспорт нефти и сбыт нефтепродуктов происходят в рамках одной компании. Вертикально интегрированные нефтяные компании (ВИНК) являются доминирующей формой организации нефтяных компаний на российском рынке. По состоянию на начало 2008 г. в России действовало 9 компаний, которые можно отнести к ВИНК: Роснефть, Лукойл, Сургутнефтегаз, ТНК-ВР, Газпромнефть, Татнефть, Славнефть (принадлежит компаниям Газпромнефть и ТНК-ВР), Русснефть и Башнефть. На долю этих компаний приходится почти 90% добытой в 2007 г. в России нефти, им принадлежит 85% перерабатывающих мощностей. В работе предложена модель, позволяющая анализировать инвестиционную деятельность ВИНК. В модели с помощью аппарата булевого программирования описаны операционная, производственная и инвестиционная деятельности компании. Входные параметры модели можно разделить на два класса. Первый класс — это параметры самой компании: производственные характеристики ее мощностей, финансовые показатели, характеристики доступных инвестиционных проектов. Второй класс параметров — внешние по отношению к компании параметры: относительно небольшое количество макроэкономических параметров, мировые цены на нефть и параметры системы налогообложения. С помощью численного метода, представляющего собой вариант метода ветвей и границ, деятельность компании оптимизируется таким образом, чтобы максимизировать дисконтированную сумму распределяемой среди акционеров компании прибыли. При некоторых упрощающих предположениях, в работе детально разобран механизм отбора и выбора времени запуска инвестиционных проектов нефтяной компании, влияние финансовых ограничений компании на ее инвестиционную деятельность.

Во втором параграфе третьей главы представлена модель нефтегазового сектора России, которая была использована при системном анализе макроэкономики России. Для системного анализа макроэкономики России удобно описать нефтяную отрасль в непрерывном времени, совершить переход аналогичный тому, что был сделан при составлении непрерывного аналога модели Кантора–Липмана. Для описания инвестиционной деятельности сектора используются результаты, полученные при исследовании непрерывного аналога модели Кантора–Липмана и моделировании деятельности ВИНК России. Модель основывается на подходах, которые были использованы во второй главе и первом параграфе третьей главы, и включает следующие предположения:

- Основной производственной деятельностью сектора является добыча сырья.
- У сектора есть «история» разработки месторождений, согласно которой по определенному фиксированному профилю происходит добыча сырья на уже разрабатываемых месторождениях и необходимо осуществлять затраты для поддержки этой добычи.
- Добытое сырье сектор может либо вывезти на экспорт, либо сбыть на внутреннем рынке. При этом считается, что в первую очередь удовлетворяется спрос внутреннего рынка.
- Итоговая добыча сырья сектором может изменяться за счет инвестиционных проектов разработки новых месторождений, составляющих доказанные запасы сектора.

- Доказанные запасы сектора (пул инвестиционных проектов) характеризуется распределением по себестоимости добычи, а также распределение во времени добычи и затрат, связанных с разработкой этих запасов.
- Инвестиционная активность компании зависит от рентабельности проектов, оставшихся в пуле.
- Доказанные запасы сектора могут увеличиваться за счет геологоразведки, эффективность которой зависит от инвестиционной активности сектора.
- Компания может привлекать капитал для финансирования своей деятельности из двух источников: нераспределенной прибыли и заемного капитала.
- Конечной целью сектора является максимизация дисконтированной по некоторой ставке стоимости распределяемой сектором прибыли.

В третьем параграфе третьей главы с помощью предложенного в первом параграфе третьей главы подхода к моделированию экономических процессов в нефтяной компании реализовано описание всей нефтяной отрасли России. Для этого нефтяная отрасль была представлена как структура схожая с ВИНК, модель была наполнена реальными данными нефтяного сектора по состоянию на конец 2008 г. Подобное описание позволило произвести расчеты для оценки чувствительность состояния отрасли к изменению внешних условий ее деятельности. Расчеты проводились на основе программы, написанной в среде Matlab.

#### **Прогноз изменения доходов бюджета**

Большая часть поступлений государственного бюджета России — доходы от экспорта энергоресурсов. В последние годы высокие мировые цены на нефть были причиной существенного роста доходов государства от экспортной деятельности. В том числе планирование бюджета 2009 г. проводилось в предположении о благоприятной мировой конъюнктуре. Однако резкое падение цен на энергоресурсы во второй половине 2008 г. привело к необходимости корректировки бюджета 2009 г. Основной целью расчетов являлась оценка изменения нефтяных доходов бюджета РФ в зависимости от мировой цены на нефть (марки Urals) и курсовой политики государства. Представлены результаты расчетов по двум сценариям, которые отражают прогнозный макроэкономический сценарий, предлагавшийся МЭР исходя из состояния на август 2008 г. (сценарий 1), и современные прогнозы, озвученные Э. Набиуллиной в январе 2009 г. (сценарий 2).

Расчеты показывают (см. рис. 1), что во втором сценарии нефтяные доходы бюджета составят порядка 2,16 трл. руб., что на 2,4 трл. руб меньше доходов, получаемых в первом сценарии. По состоянию на 1 января 2009 года совокупный объем Резервного фонда составлял 2,58 трл. руб., Фонда национального благосостояния — 4 трл. руб. Это говорит о том, что в краткосрочной перспективе (один год) снижение среднегодовых значений цен на нефть марки Urals до 41 USD/баррель Urals не будет иметь катастрофических последствий для бюджета РФ. Стоит также отметить, что план бюджета на 2009 г., который составлялся в 2007 г. исходя из предположение 52 USD /баррель Urals и среднегодового курса доллара США 26,35 руб, как раз и предполагал нефтяные доходы порядка 2 трл. руб. То есть в 2007 году, при ожиданиях, которые не были искажены резким скачком цен на нефть в 2008 г., предполагался объем нефтяных доходов, который может быть достигнут и при цене 41 USD /баррель Urals за счет повышения обменного курса доллара США до уровня близкого к 35 рублям.

## Сценарии изменения налоговой политики государства

В настоящее время принята регрессивная система налогообложения компаний нефтяного сектора в России, — налоги взимаются с выручки, а не с прибыли компаний. Это позволяет государству эффективно решать задачу изъятия «сверхдоходов» нефтяных компаний. Однако, в связи с этим может сложиться ситуация очень опасная для самого государства. Дело в том, что для поддержания и увеличения текущего уровня добычи нефтяным компаниям приходится разрабатывать в среднем все более и более плохие, с экономической точки зрения, месторождения. Это объясняется либо тем, что новые месторождения находятся в труднодоступных регионах со сложными условиями добычи, в регионах, не обеспеченных в должной степени инфраструктурой (трубопроводы, дороги, электросети), либо тем, что на новых месторождениях нефть более низкого качества. Поэтому разработка таких месторождений становится рентабельной только при высоких ценах на сырую нефть. Налоги, которые в нашем случае напрямую «вычитаются» из цены, делают такие проекты непривлекательными для инвестиций. В результате в среднесрочной перспективе государство может столкнуться со стагнацией добычи сырой нефти в стране и, соответственно, уменьшением налоговой базы. На основе рассмотренных сценариев можно ответить на вопрос, может ли государство изменить систему налогообложения так, чтобы стимулировать разработку и обустройство новых месторождений, не уменьшив совокупной дохода государства от налоговых поступлений от нефтяной отрасли.

Для сравнения были выбраны два сценария. Первый, «базовый», сценарий основывался на прогнозах темпов роста ВВП и ИПЦ, составленных Учебно-научным центром развития технологии анализа и прогнозирования государственной, региональной и отраслевой экономики Московского физико-технического института (государственного университета), прогнозах цен нефти International Energy Agency (IEA), Energy Information Administration (EIA) и Organization of Petroleum Exporting Countries (ОПЕК) и действовавших по состоянию на осень 2008 г. параметрах системы налогообложения. Второй сценарий почти совпадал с первым, только экспортная пошлина с нефтяных компаний снижалась до 70% пошлины, рассчитанной по исходной формуле. Вместо этого налог на прибыль повышался с 24% до 33%. В модели учитывался совокупный доход государства, который складывался из налоговых отчислений (НДПИ, экспортная пошлина, налог на прибыль) и дивидендных отчислений.

Результаты расчетов показали, что переход на новую систему налогообложения выгоден и нефтяникам, и государству. Снижение экспортной пошлины увеличивает операционную прибыль в среднем на 15,7% (см. рис. 3). Освободившиеся средства позволяют отрасли значительно увеличить инвестиции (см. рис. 2). Добыча нефти растет, значит отрасль платит больше НДПИ, с большей суммы (а к тому же и по увеличенной ставке) платит налог на прибыль. Это увеличивает доход государства (см. рис. 5). При этом дополнительные доходы от увеличения добычи нефти компенсируют акционерам увеличение выплат налога на прибыль — увеличиваются выплачиваемые дивиденды и растет капитализация компаний (см. рис. 4). Заметим, что снижение дохода государства после 2013 г. в базовом сценарии объясняется падением добычи нефти. Альтернативный сценарий показывает, что можно избежать снижения доходов государства, изменив систему налогообложения.

### Анализ влияния ожиданий кризиса

Как показывают расчеты, определяющим фактором для нефтяного сектора являются цены на его продукцию — нефть. Проблема хоть сколько-нибудь точного прогнозирования цен на нефть на сегодняшний день не решена. Например, ведущие организации, составляющие прогнозы состояний мировой нефтяной отрасли — IEA, EIA,

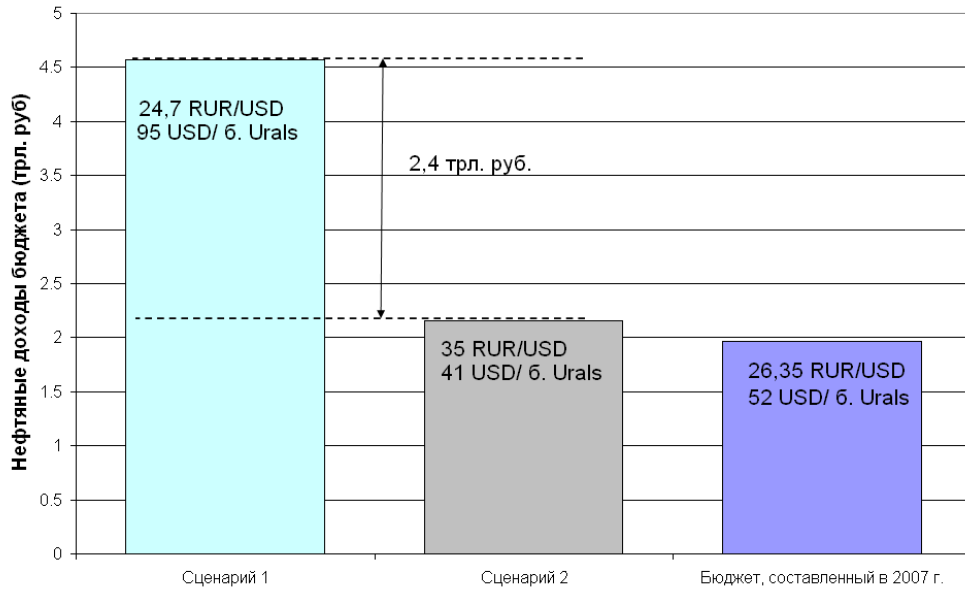


Рис. 1.

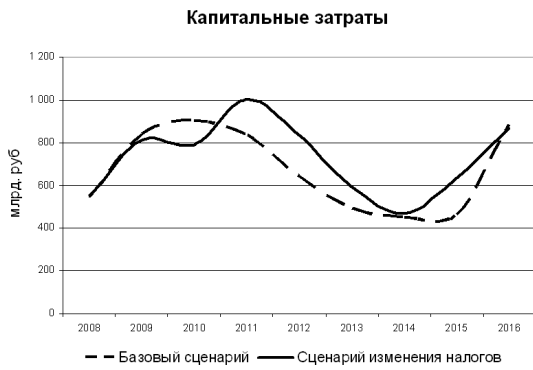


Рис. 2.

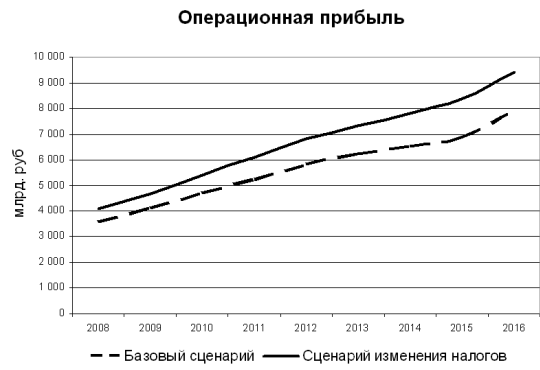


Рис. 3.

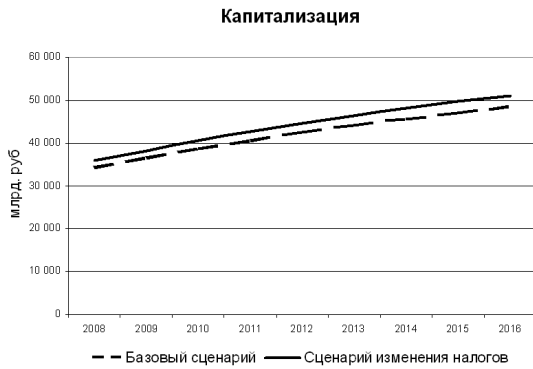


Рис. 4.

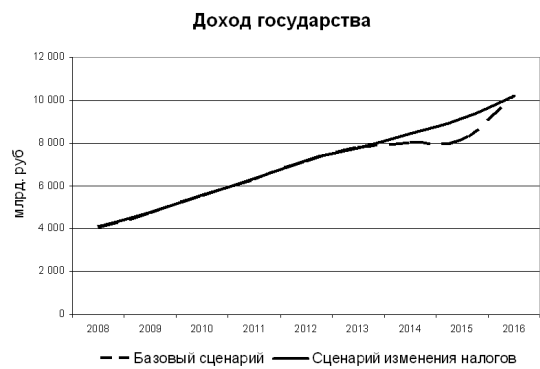


Рис. 5.

ОРЕС, при расчетах используют цены на нефть как входной параметр, являющийся сценарным условием, а сами сценарии изменения цен задаются экспертно. Это приводит к тому, что возможны ситуации, когда нефтяная компания, ориентируясь на прогнозы, которые были сделаны при восходящем тренде цен на нефть, начинает разрабатывать крупное месторождение, которое становится нерентабельным из-за коррекции цен. Таким образом может возникнуть кризис в нефтяном секторе. Интересной представляется проблема оценки того, как на инвестиционную деятельность нефтяных компаний влияет ожидание такого кризиса.

Ожидание кризиса учитывалось в рамках схемы, предложенной в первой главе работы. Предполагалось, что начиная с некоторого момента  $T$ , может произойти событие, при котором прогнозируемые нефтяной отраслью доходы не будут получены. Субъективная оценка вероятности такого кризисного явления постоянна во времени и равна  $\Delta$ .

При увеличении  $\Delta$  инвестиционная стратегия становится все более и более «близорукой» (см. рис. 6). Компании стараются сделать инвестиции на временном интервале, когда кризисной ситуации не предполагается. Если посчитать капитализацию, как приведенную стоимость выплачиваемых дивидендов *без учета вероятности кризиса*, то можно увидеть (см. рис. 7), что «близорукое» поведение негативно сказывается на стоимости компаний.

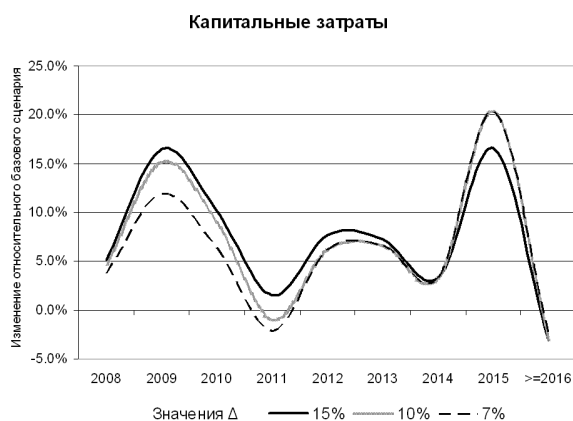


Рис. 6.

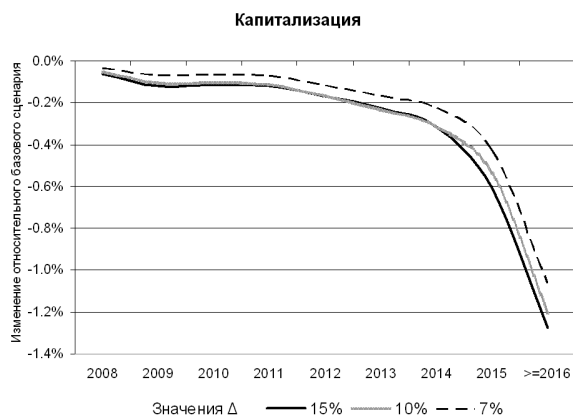


Рис. 7.

В **заключении** сформулированы основные результаты, полученные в диссертации.

### ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

1. Предложена модифицированная модель Кантора-Липмана, позволяющая оценить влияние ожидания кризиса на инвестиционную активность экономических агентов. В рамках модели задача инвестора сведена к уравнению Беллмана. Найдены достаточные условия, при которых оптимальной стратегией инвестирования является «осторожная» стратегия, гарантирующая неразорение при возникновении кризиса в любой момент времени. Получены оценки сверху и снизу темпа роста капитала инвестора при использовании осторожной стратегии. На основе расчетов показано, что ожидание кризиса существенным образом влияет на оценку эффективности инвестиционных проектов.
2. Для аналога модели Кантора-Липмана с непрерывным временем получен результат, позволяющий оценить доходность инвестиционных проектов с традиционной структурой платежей.

3. Для случая непрерывного времени сформулирована модель, в рамках которой решена задача о выборе источника и объеме финансирования зафиксированной инвестиционной программы экономического агента.
4. Построена модель нефтяной отрасли России, которая позволяет оценить влияние мировой конъюнктуры, государственной политики (например налогового регулирования), внутренних макроэкономических показателей на развитие отрасли. Получены оценки влияния мировых цен на нефть и обменного курса валюты на доходы бюджета. Исследовано влияние различных систем налогообложения на инвестиционную активность нефтяной отрасли.

Автор приносит искреннюю благодарность своему научному руководителю Александру Алексеевичу Шананину за постановку задач, постоянное внимание к работе и ценные советы.

#### ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Ващенко М.П. Исследование уравнения Беллмана в одной задаче оптимального инвестирования // Сб. статей молодых ученых факультета ВМиК МГУ. М.: Изд. отдел ф-та ВМиК МГУ, 2006. Вып. №3. С. 32–43.
2. Ващенко М.П. Исследование оценки доходности инвестиционных проектов в модели с неопределенностью // Труды 5-й Московской межд. конф. по исследованию операций (ORM2007). М.: МАКС Пресс, 2007. С.303-304.
3. Ващенко М.П. Исследование единственности решения уравнения Беллмана в одной задаче оптимального инвестирования // Сб. тезисов 14-й Межд. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов 2007», секция Вычисл. матем. и киберн. М.: Изд. отдел ф-та ВМиК МГУ, 2007. С. 12.
4. Ващенко М.П., Шананин А.А. Моделирование инвестиционной деятельности вертикально интегрированной нефтяной компании. М.: ВЦ РАН, 2008. 100 с.
5. Ващенко М.П., Обросова Н.К., Рудева А.Ю., Шананин А.А. Построение долгосрочных прогнозов развития российской экономики с помощью математической модели // Тезисы докладов 3-й Всероссийской научн. конф. «Математическое моделирование развивающейся экономики» ЭКОМОД-2008. Киров, 2008. С. 21.
6. Ващенко М.П. Исследование периодических траекторий в модифицированной модели Кантора - Липмана // Сб. трудов 51-й научной конф. МФТИ, часть VII, «Управление и прикладная математика», 1. Москва–Долгопрудный: МФТИ, 2008. С. 14–17.
7. Ващенко М.П. Оценка доходности инвестиционных проектов условиях неопределенности // Математическое моделирование, 2009. 21. №3. с.18–30.
8. Ващенко М.П. Оценка доходности инвестиционных проектов в модифицированной модели Кантора-Липмана // Вест. Моск. Ун-та Сер. 15 Вычисл. матем. и киберн., 2009. №2. с.29–37.

В совместной работе [5] автору принадлежит формулировка сценарных условий. Все результаты, изложенные в монографии [4], получены при непосредственном участии автора.