Нелинейный оцениватель состояния по приближенным данным на скользящем интервале

В. Ф. Губарев*, И. А. Лысюченко**
Киев, Украина
E-mail: *v.f.gubarev@gmail.com
*ivanlismeister@gmail.com

Содержание

1. Постановка задачи оценивания на основе концепции скользящего интервала
2. Вариационная постановка задачи оценивания
3. Линейный оцениватель
4. Метод итераций решения задачи нелинейного оценивания
5. Исследования методом численного моделирования

Постановка задачи

приближенного оценивания текущего состояния нелинейной динамической системы по данным измерений на скользящем интервале

Уравнения наблюдаемой системы

Уравнения движения системы

$$\frac{dx}{dt} = f(t, x, u) + \xi(t), \tag{1}$$

x – вектор состояния системы размерности n,

$u = u(t)$ – известное векторное входное воздействие размерности p,

$\xi(t)$ – неопределенное входное возмущение.

Допустимы произвольные реализации, удовлетворяющие условию

$$\xi(\cdot) \in \Xi,$$

Ξ – известное ограниченное множество

Уравнение измерительного устройства

$$y = h(t,x) + \eta(t),$$

y – вектор измерений размерности n,

$\eta(t)$ – неопределенные ошибки измерений.

Реализации помех произвольные, но ограниченные условием

$$\eta(\cdot) \in \mathbf{H},$$

$\mathbf{H}$ – заданное ограниченное множество.

Возмущения $\xi(t)$ могут включать немоделируемую динамику системы

<u>Скользящий интервал (Moving Horizon)</u>

а) Непрерывный во времени процесс

информационное окно $[t, t+T]$

t – непрерывно изменяющееся время

$T = const$ – длина скользящего интервала

$t+T$ – движущийся горизонт

б) Дискретный во времени процесс

информационное окно $[s, s+N]$, $s = 0,1,2,\ldots\ T = \Delta N$

Δ – шаг дискретизации

$s+N$ – движущийся горизонт

Множества неопределенности

а) Непрерывный процесс

– пессимистический случай

$$\Xi: \quad \|\xi\|_p \le \varepsilon$$

$$\mathbf{H}: \quad \|\eta\|_p \le \delta$$

$\xi(\cdot), \eta(\cdot)$ – финитные вектор-функции на скользящем интервале

Рассматриваемые нормы: L^2 $(p = 2)$; $\quad L^\infty$ $(p = \infty)$

– более детальные покомпонентные ограничения

$$\Xi: \quad \|\xi_i\|_p \le \varepsilon_i,\ i = \overline{1,n}$$

$$\mathrm{H}: \quad \|\eta_q\|_p \le \delta_q,\ q = \overline{1,m}$$

$$\underline{p = 2}$$

$$\frac{1}{T}\int_t^{t+T} \xi_i^2 d\tau \le \varepsilon_i^2, \qquad \frac{1}{T}\int_t^{t+T} \eta_q^2 d\tau \le \delta_q^2$$

$$\underline{p = \infty}$$

$$\max_{\tau \in [t, t+T]} \|\xi_i\| \le \varepsilon_i,\ i = \overline{1,n}, \qquad \max_{\tau \in [t, t+T]} |\eta_q| \le \delta_q,\ q = \overline{1,m}, \tag{2}$$

б) Дискретная аппроксимация (2)

$$\frac{1}{N}\sum_{j=0}^{N}\xi_{i,s+j}^{2} \le \varepsilon_i^2,\ i=\overline{1,n},$$

$$\frac{1}{N}\sum_{j=0}^{N}\eta_{q,s+j}^{2} \le \delta_q^2,\ q=\overline{1,m}$$

или

$$\max_{j\in[s,s+N]}\left\|\xi_{i,j}\right\| \le \varepsilon_i,\ i=\overline{1,n},$$

$$\max_{j\in[s,s+N]}\left|\eta_{q,j}\right| \le \delta_q,\ q=\overline{1,m},$$

$$s=0,1,\ldots$$

Ограничивается:

$*$ – средняя на интервале мощность;

$**$ – абсолютная величина возмущений и помех.

Вариационная постановка задачи оценивания

$$J[x(\cdot)] = \int_{t}^{t+T} \left[\left\langle \frac{dx}{dt} - f, \Lambda_1 (\frac{dx}{dt} - f) \right\rangle + \left\langle \tilde{y} - h, \Lambda_2 (\tilde{y} - h) \right\rangle \right] d\tau, \qquad (3)$$

$\langle \cdot , \cdot \rangle$ — скалярное произведение векторов,

$\tilde{y}$ – измеренные с погрешностью выходные сигналы,

Λ_1 и Λ_2 – строго положительные диагональные матрицы соответствующих размерностей.

$$\hat{x}(\tau) = \arg\min J[x]$$

$\hat{x}(\tau)$ – оценка состояния на скользящем интервале

О существовании минимизирующего элемента

Λ_1 и Λ_2 зафиксированы

$\xi(t) = \eta(t) = 0$ – невозмущенная задача

Элемент $\hat{x}(\tau)$ – единственный при выполнении условий наблюдаемости системы, определяемые свойствами f и h.

Для $(n-1)$-кратно дифференцируемых f и h условия наблюдаемости определяются матрицей Якоби.

Полноранговость матрицы Якоби на всех допустимых траекториях.

Устойчивость решений (корректность)

* При наличии возмущений ранговых критериев недостаточно. Необходима «хорошая» наблюдаемость
* Увеличение размерности ведет к некорректности
* Использование регуляризирующих процедур (реализуемые с помощью выбора матриц Λ_1 и Λ_2)
* Исследование устойчивости анализировалось по результатам численного моделирования

Уравнения Эйлера

$$\frac{d^2x}{d\tau^2} + \left(\Lambda_1^{-1}\frac{\partial f^T}{\partial x}\Lambda_1 - \frac{\partial f}{\partial x}\right)\frac{dx}{d\tau} - \Lambda_1^{-1}\frac{\partial f^T}{\partial x}\Lambda_1 f - \\ - \frac{\partial f}{\partial \tau} - \frac{\partial f}{\partial u}\frac{du}{d\tau} - \Lambda_1^{-1}\frac{\partial h^T}{\partial x}\Lambda_2\left(\widetilde{y} - h\right) = 0 \qquad (4)$$

условия трансверсальности (краевые условия)

$$\frac{dx}{d\tau}\Big|_{\tau=t} = f(\tau, x(t), u(t)), \\ \frac{dx}{d\tau}\Big|_{\tau=t+T} = f(t+T, x(t+T), u(t+T)). \qquad (5)$$

Оценка состояния получается из решения **<u>двухточечной краевой задачи</u>** на постоянно обновляемом скользящем интервале.

Линейный стационарный случай

$$f(\tau, x, u) = Ax + Bu,$$
$$h(\tau, x) = Hx,$$

A, B, H – матрицы соответствующих размерностей

Уравнение оценивателя

$$\frac{d^2 x}{d\tau^2} + (\Lambda_1^{-1} A^T \Lambda_1 - A)\frac{dx}{d\tau} - \Lambda_1^{-1} A^T \Lambda_1 \left(Ax + Bu\right) - B\frac{du}{d\tau} + \Lambda_1^{-1} H^T \Lambda_2 (\tilde{y} - Hx) = 0. \qquad (6)$$

краевые условия

$$\frac{dx}{d\tau} = Ax + Bu \quad \text{при} \quad \tau = t \quad \text{и} \quad \tau = t + T$$

Условия разрешимости (6)

* Однородная краевая задача имеет только тривиальное решение, т.е. ни один из параметров, входящих в (6), не является собственным числом

Рис. 1

Спасибо за внимание!