

О физической реализуемости теории быстрых управлений

А. Н. Дарьин, Ю. Ю. Минаева

Москва, МГУ имени М. В. Ломоносова, факультет
вычислительной математики и кибернетики
e-mail: daryin@cs.msu.su, aura_j@mail.ru

В работах [1, 2] доказано, что вполне управляемая линейная система $\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u$ размерности n может быть переведена из произвольного одного состояния в любое другое на фиксированном промежутке времени с помощью импульсного управления $u(t) = \sum_{i=1}^k u_i \delta(t - \tau_i)$, где число импульсов $k \leq n$.

В статье [3] предложено использовать управления, включающие помимо дельта-функций их производные высших порядков, что позволяет расширить возможности управления. В частности, при $m \geq n - 1$ вполне управляемая линейная система может быть переведена из одного состояния в другое за нулевое время управлением

$$u(t) = \sum_{j=0}^m u_j \delta^{(j)}(t - \tau). \quad (1)$$

Управление (1) является математической абстракцией. Ограниченные функции, приближающие (1), называются *быстрыми управлениями*, поскольку они позволяют переводить систему в заданное состояние за произвольно малое время [4]. Такие управление можно, например, искать в виде

$$u_{\Delta}(t) = \sum_{j=0}^m u_j \Delta_{h_j}^{(j)}(t - \tau), \quad (2)$$

где $\Delta_h^{(j)}(t)$ — аппроксимации производных дельта-функции:

$$\Delta_h^{(0)}(t) = \frac{1}{h} \mathbf{1}_{[0,h]}(t), \quad \Delta_h^{(j)}(t) = \frac{1}{h} \left(\Delta_h^{(j-1)}(t) - \Delta_h^{(j-1)}(t - h) \right).$$

При этом возникает проблема выбора параметров управления (2) — чисел h_j и векторов u_j . Указанные параметры должны выбираться исходя из физических требований к реализациям управления.

В докладе исследуются и сравниваются быстрые управления, отвечающие различным ограничениям:

© Дарьин А. Н., Минаева Ю. Ю., 2009

1. ограничение по времени управления: $\max_j \{(j+1)h_j\} \leq H$;
2. геометрическое ограничение: $\|u_\Delta(t)\| \leq \mu$;
3. отдельные геометрические ограничения на аппроксимации обобщённых функций каждого порядка, составляющих в сумме управление:

$$\|u_{\Delta,j}(t)\| \leq \mu_j, \quad u_{\Delta,j}(t) = u_j \Delta_{h_j}^{(j)}(t - \tau).$$

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ (проект 09-01-00589) и программы государственной поддержки ведущих научных школ (НШ-4576.2008.1).

- [1] Красовский Н. Н. Об одной задаче оптимального регулирования // ПММ. 1957. Т. 21. № 5. С. 670–677.
- [2] Neustadt L. W. Optimization, a moment problem and nonlinear programming // SIAM Journal on Control. 1964. V. 2. N. 1. P. 33–53.
- [3] Куржанский А. Б., Осипов Ю. С. К управлению линейной системой обобщёнными воздействиями // Дифференциальные уравнения. 1969. Т. 5. № 8. С. 1360–1370.
- [4] Daryin A. N., Kurzhanski A. B. Impulse control inputs and the theory of fast controls // Proc. 17th IFAC Congress. IFAC, Seoul, 2008.