

Введение в эргодическую теорию

Преподаватель:

[проф. А.А. Шананин](#)

Семестр: осенний

Нагрузка: 1 лекция в неделю

Форма отчетности: экзамен

Аннотация:

Спецкурс рассчитан на студентов старших курсов и аспирантов факультета ВМК МГУ.

В курсе излагаются базовые понятия и результаты современной теории динамических систем: понятие инвариантной меры динамической системы, эргодичности, перемешивания, энтропии, теоремы Боголюбова-Крылова, Пуанкаре, Вейля-фон Неймана, Боля-Серпинского-Вейля, Биркгофа-Хинчина, Колмогорова. Рассмотрены примеры динамических систем «сдвиг на торе», сдвиг Бернулли, линейный автоморфизм тора.

Основной целью освоения курса является формирование у слушателей представления о современном состоянии теории динамических систем и её приложениях в математическом моделировании.

Программа курса:

1. Введение. Модели популяций с неперекрывающимися поколениями. Теорема Лиувилля об инвариантной мере. Движение заряженной частицы в стационарном электромагнитном поле. Магнитная гидродинамика. Гамильтоновы системы. Отображение Гаусса.
2. Теорема Боголюбова-Крылова. Понятие абстрактной динамической системы. Теорема Пуанкаре о возвращении.
3. Статистическая эргодическая теорема.
4. Максимальная эргодическая теорема. Теорема Биркгофа-Хинчина.
5. Временные и пространственные средние. Эргодичность. Сдвиги на торе. Теорема о всюду плотных траекториях. Теорема Вейля-фон Неймана. Теорема Кронекера – Вейля.
6. Сдвиги на окружности. Теорема Боля-Серпинского-Вейля. Строгая эргодичность сдвига на иррациональный угол. Распределение первых цифр в десятичной записи чисел.
7. Эргодичность динамических систем с непрерывным временем. Задача Лагранжа о среднем движении перигелия.
8. Перемешивание. Связь с эргодичностью. Лебеговские спектры. Примеры: Линейный автоморфизм тора.
9. К- системы. Теорема о лебеговском спектре К- системы.
10. Понятие изоморфизма абстрактных динамических систем. Изоморфизм преобразования пекаря и схемы Бернулли. Изоморфизм схем Бернулли и пример Мешалкина.
11. Определение и свойства энтропии разбиения. Энтропия динамических систем. Инвариантность энтропии при изоморфизме динамических систем. Теорема Колмогорова. Примеры: энтропия сдвига на окружности, энтропия сдвига Бернулли, энтропия линейного автоморфизма тора.
12. Теорема Купмана о свойствах собственных чисел и собственных функций эргодических преобразований. Динамические системы с чисто точечным спектром. Теорема фон Неймана-Халмоша.

Рекомендованная литература:

1. Каток А.Б., Хассельблат Б. Введение в современную теорию динамических систем. М.: Факториал, 1999, 767 с.
2. Халмош П.Р. Лекции по эргодической теории. Ижевск, Регулярная и хаотическая динамика, 1999, 134 с.

3. Арнольд В.И., Авец А. Эргодические проблемы классической механики. Ижевск, Регулярная и хаотическая динамика, 1999, 282 с.
4. Синай Я.Г. Введение в эргодическую теорию. М.: Фазис, 1996, 128 с.
5. Синай Я.Г. Современные проблемы эргодической теории. М.: Физ. Мат. Лит., 1995, 201 с.
6. Синай Я.Г., Корнфельд И.П., Фомин С.В. Эргодическая теория. М.: Наука, 1980, 283 с.

Source URL: <http://sa.cs.msu.su/node/271>