

Теория устойчивости

Преподаватель:

[доц. П.А. Точилин](#)

Семестр: 8

Нагрузка: 2 часа лекций и 2 часа семинарских занятий в неделю

Форма отчетности: экзамен

Аннотация:

В курсе излагаются основы теории устойчивости динамических систем: классические методы теории устойчивости (первый и второй метод Ляпунова, теория Флоке и др.), теория устойчивости потенциальных систем, устойчивость взаимосвязанных систем и систем с запаздыванием. Рассматриваются также задачи исследования устойчивости разностных схем и дифференциальных включений, вопросы использования негладких функций Ляпунова. Рассматриваемые методы теории устойчивости иллюстрируются примерами из механики, экономики и других прикладных областей.

Программа курса:

1. Устойчивость по Ляпунову, постановка общей задачи. Первые представления об устойчивости. Устойчивость по Пуассону и по Лагранжу. Определение Ляпунова. Примеры.
2. Необходимые и достаточные условия устойчивости линейных стационарных систем. Алгебраические и графические критерии устойчивости. Квадратичные функции Ляпунова. Матричное уравнение Ляпунова.
3. Устойчивость линейных периодических систем. Преобразование Ляпунова. Приводимые системы. Теория Флоке. Первый метод Ляпунова. Характеристические числа и характеристические показатели. Индексы роста и показатели Ляпунова. Условия устойчивости линейных нестационарных систем.
4. Устойчивость нелинейных стационарных систем. Второй метод Ляпунова. Знакопостоянные и знакоопределённые функции. Теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости. Теоремы о неустойчивости Ляпунова и Четаева. Оценивание области притяжения. Устойчивость в целом. Теорема Барбашина-Красовского. Устойчивость потенциальных систем. Теорема Лагранжа. Некоторые примеры из теории колебаний.
5. Устойчивость нелинейных нестационарных систем. Определения и условия равномерной устойчивости. Асимптотическая устойчивость равномерная по начальным возмущениям. Экспоненциальная устойчивость. Теоремы обращения. Условия существования функций Ляпунова. Неравномерная асимптотическая устойчивость. Устойчивость систем с запаздыванием. Функционалы Красовского.
6. Принцип сравнения. Устойчивость по первому приближению. Векторные функции Ляпунова. Дифференциальные неравенства. Простейшие конструкции векторных функций Ляпунова. Нелинейные системы сравнения и дифференциальные уравнения Бернулли. Векторные оценки возмущённых движений.
7. Устойчивость решений дифференциальных включений.
8. Негладкие функции Ляпунова. Применение аппарата негладкого анализа.
9. Устойчивость разностных систем. Сходимость и устойчивость дискретных процессов. Дискретные аналоги классических теорем. Устойчивость по заданным переменным. Сходимость в большом и в целом. Признаки равномерной устойчивости и сходимости. Построение сходящихся процессов. Основные понятия теории стохастической устойчивости.
10. Проблема стабилизации движения. Задача оптимальной стабилизации для линейной системы с квадратичным функционалом.

Рекомендованная литература:

1. Барбашин Е. А. Введение в теорию устойчивости. М.: Наука, 1967.

2. Барбашин Е. А. Функции Ляпунова. М.: Наука, 1970.
3. Демидович Б. П. Лекции по математической теории устойчивости. М.: Наука, 1967.
4. Красовский Н. Н. Некоторые задачи теории устойчивости движения. М.: Физматгиз, 1959.
5. Малкин И. Г. Теория устойчивости движения. М.: Наука, 1966.
6. Румянцев В. В., Озиранер А. С. Устойчивость и стабилизация движения по отношению к части переменных. М.: Наука, 1987.
7. Ляпунов А. М. Общая задача об устойчивости движения. М.: Гостехиздат, 1950.

Дополнительные материалы:  [Список вопросов для подготовки к экзамену \(2016 г.\)](#)

Source URL: <http://sa.cs.msu.su/node/211>