

Многозначный анализ

Преподаватель:

[проф. А.В. Арутюнов](#)

Семестр: 5-6

Нагрузка: 2 часа лекций в неделю

Форма отчетности: экзамены в 5 и 6 семестрах

Аннотация:

Излагаются основы вычислительного анализа и теории двойственности. Строится теория дифференциальных включений. Излагается теория многозначных отображений: доказывается теорема об измеримом выборе, непрерывном селекторе, теорема о неподвижной точке для многозначного отображения. Теоретический материал иллюстрируется на примерах прикладных задач.

Программа курса:

5 семестр

1. Выпуклые множества. Выпуклая оболочка множества и формула для неё. Линейные оболочки.
2. Теорема Каратеодори. Выпуклая оболочка компакта - компакт.
3. Аффинная оболочка. Аффинная независимость. Барицентрические координаты. Размерность выпуклого множества.
4. n -мерный симплекс в R^n и непустота его внутренности. Относительная внутренность выпуклого множества и её непустота.
5. Алгебра выпуклых множеств. Элементарные свойства. Строгая отделимость точки от несодержащего её выпуклого замкнутого множества.
6. Отделимость и строгая отделимость выпуклых множеств.
7. Отделимость и теорема Хана-Банаха.
8. Выпуклые функции и их основные свойства (надграфик, эффективное множество и т.д.). Замыкание выпуклых функций.
9. Сопряжённые функции и их свойства. Неравенство Юнга-Фенхеля.
10. Теорема Брауэра о неподвижной точке.
11. Теорема Фенхеля-Моро.
12. Опорные и индикаторные функции. Их сопряжённые.
13. Лемма Фаркаша.
14. Субдифференциалы выпуклых функций и их свойства.
15. Теорема Моро-Рокафеллара.
16. Теорема Крейна-Мильмана.

6 семестр

1. Теорема Майкла (с доказательством). Понятие о топологическом пространстве. Компактные пространства.
2. Теорема Тихонова. Метрические пространства. Метрические компакты и их свойства. Вполне ограниченные множества. Критерии компактности. Теорема о разбиении единицы.
3. Пространство непустых компактов $K(X)$ и хаусдорфова метрика. Полунепрерывные сверху и снизу многозначные отображения. График. Замкнутость графика эквивалентна полунепрерывности сверху.
4. Сепарабельность пространства $K(X)$. Строение предбазы в $K(X)$.
5. Измеримое многозначное отображение.
6. Теорема Лузина. Пересечение полунепрерывных сверху отображений и их полунепрерывность.
7. Измеримость пересечения измеримых отображений.

8. Существование у измеримого многозначного отображения измеримого селектора.
9. Интеграл от многозначного отображения. Теорема Ляпунова. Выпуклость интеграла от многозначного отображения (без доказательства).
10. Дифференциальные включения и их свойства.
11. Теорема существования решения для дифференциальных включений.

Рекомендованная литература:

1. Р. Т. Рокафеллер. Выпуклый анализ. - М., М., 1974.
2. А. Д. Иоффе, В. М. Тихомиров. Теория экстремальных задач. - М., Н., 1974.
3. А. Ф. Филиппов. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. - М., Н., 1974.

Source URL: <http://sa.cs.msu.su/node/207>